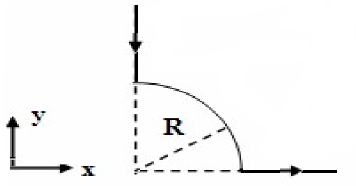
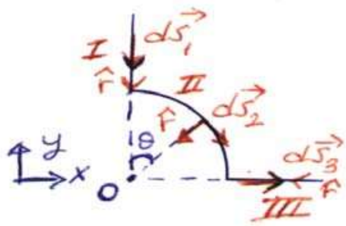
MANYETİK ALAN KAYNAKLARI

1) Şekil 1'deki tel parçası I=5A' lik bir akım taşımaktadır. Çembersel yayın yarıçapı R=3cm olduğuna göre başlangıç noktasındaki manyetik alanın büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



Şekil 1

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



I nolu kısım için :

$$|d\vec{s}_1 \times \hat{r}| = |d\vec{s}_1| |\hat{r}| \sin 0 = 0.$$

II nolu kısım için :

$$d\vec{s}_2 \perp \hat{r} \qquad |d\vec{s}_2 \times \hat{r}| = ds_2 \qquad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds_2}{R^2}$$

$$B_{II} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{\pi/2} R\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot R \cdot \frac{\pi}{2} \qquad ds_2 = R\, d\theta.$$

$$B_{II} = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

yönü ise, sayfa düzlemine dik ve içeri doğru. $-\hat{k}$ yönünde.

III nolu kısım için :

$$|d\vec{s}_3 \times \hat{r}| = |d\vec{s}_3| |\hat{r}| \sin 180° = 0. \qquad B_{III} = 0.$$

$$\vec{B}_O = \vec{B}_I + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \qquad |\vec{B}_O| = B_{II} = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

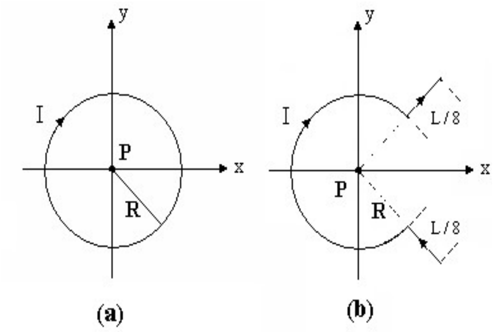
$$B_O = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A) \cdot 5A}{8 \cdot (0{,}03 m)} = 26{,}2 \times 10^{-6} T = 26{,}2 \mu T.$$

$$\vec{B}_O = -26{,}2\, \hat{k}\ \mu T.$$

2) L uzunluklu tel Şekil 2.a'da görüldüğü gibi R yarıçaplı halka şekline getirilmiştir. Telden saat dönüş yönünde I akımı akmaktadır.

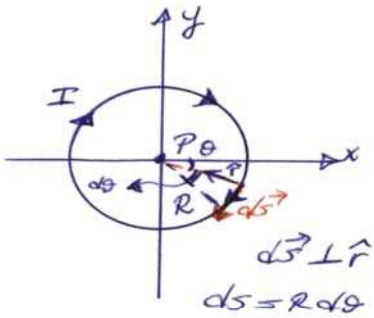
a) P noktasında oluşturduğu manyetik alanı L ve I cinsinden bulunuz.

b) Aynı tel Şekil 2.b'deki gibi kıvrıldığında P noktasında oluşan manyetik alanı L ve I cinsinden bulunuz.



Şekil 2

a) $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$



$d\vec{s} \times \hat{r} = R\,d\theta\,(-\hat{k})$

$d\vec{s} \perp \hat{r}$

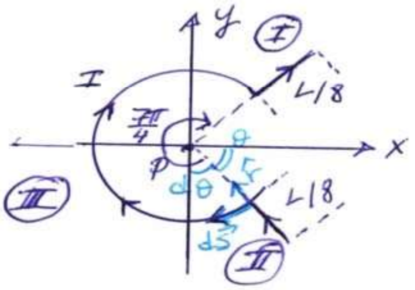
$ds = R\,d\theta$

$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R\,d\theta}{R^2}$ $\quad \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^{2\pi} d\theta$

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ $\quad 2\pi R = L \quad 2R = \frac{L}{\pi}$

$\vec{B} = \pi \frac{\mu_0 I}{L} (-\hat{k})$

b)



I nolu kısım için:

$|d\vec{s} \times \hat{r}| = |d\vec{s}||\hat{r}| \sin 180 = 0$

$B_I = 0.$

II nolu kısım için:

$d\vec{s} \parallel \hat{r}$

$B_{II} = 0.$

III nolu kısım için:

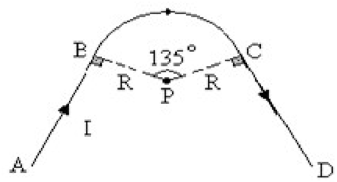
$d\vec{s} \times \hat{r} = ds\,(-\hat{k}) = R\,d\theta\,(-\hat{k})$

$B_{III} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{R} \int_{\pi/4}^{7\pi/4} d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \frac{\cancel{6}^{3}\pi}{\cancel{4}_{2}} = \frac{3\mu_0 I}{8R}$ $\quad 2\pi R = L$

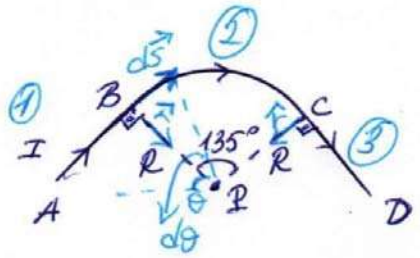
$8R = 4L/\pi$

$\vec{B}_P = \vec{B}_{III} = \frac{3\pi \mu_0 I}{4L} (-\hat{k})$

3) I akımı taşıyan sonsuz uzun tel Şekil 3'de görüldüğü gibi kıvrılmıştır. P noktasındaki manyetik alanı bulunuz.



Şekil 3



① ve ③ nolu parçaların P'de oluşturduğu manyetik alanlar

$$\vec{B}_{AB} = \vec{B}_{CD} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \otimes$$

② nolu parça için ;

$$d\vec{B}_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\, d\vec{s} \times \hat{r}$$

$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\pi/8}^{7\pi/8} d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\frac{7\pi}{8} - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$B_{BC} = \frac{3\mu_0 I}{4\cdot 4R}$$

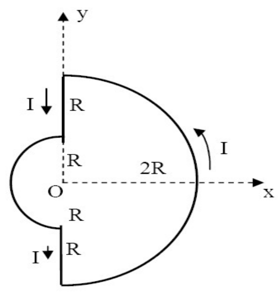
$$\vec{B}_{BC} = \frac{3\mu_0 I}{16R} \otimes$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CD}$$

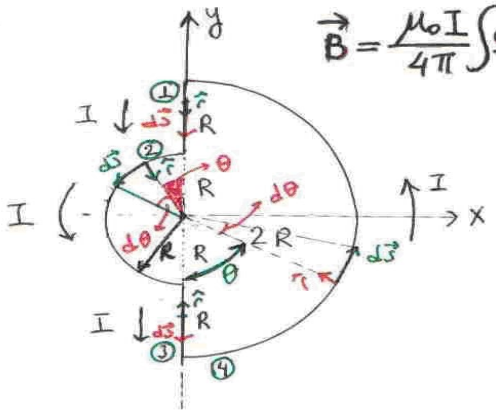
$$\vec{B}_P = \left(2\cdot\frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{3\mu_0 I}{4\cdot 4R}\cdot\frac{\pi}{\pi}\right) \otimes$$

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(2 + \frac{3\pi}{4}\right) \otimes$$

4) Şekil 4'deki kapalı ilmekten I sabit akımı geçmektedir. O noktasında manyetik alanı Biot-Savart kanunu kullanarak birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 4



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|d\vec{s} \times \hat{r}|}{r^2}$$

1 nolu tel için $\boxed{\theta = 0°}$

$$d\vec{s} = ds\,(-\hat{j}) = dy(-\hat{j}) \quad ; \quad \hat{r} = (-\hat{j})$$

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = 0 \rightarrow = ds \cdot r \cdot \sin\theta = 0$$

3 nolu tel için $\rightarrow \boxed{\theta = 180°}$

$$d\vec{s} = ds\,(-\hat{j}) \quad \text{ve} \quad \hat{r} = (+\hat{j})$$

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = 0$$

$\vec{B}_1$ ve $\vec{B}_3$ $\Rightarrow$ den katkı gelmez $\Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 = 0 \text{ ve } \vec{B}_3 = 0}$

2 ve 4 nolu teller için: $ds_2 = R\,d\theta$ ve $ds_4 = 2R\,d\theta$ ve

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = ds$$

$$B_2 = \int dB_2 = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds_2}{R^2} = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R\,d\theta}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4R} \;;\; (+\hat{k}) \text{ yönünde}$$

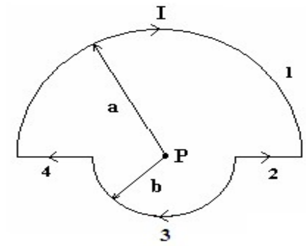
$$B_4 = \int dB_4 = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds_4}{4R^2} = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2R\,d\theta}{4R^2} = \frac{\mu_0 I}{8R} \;;\; (+\hat{k}) \text{ yönünde}$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

$$\vec{B}_T = 0 + \frac{\mu_0 I}{4R}\hat{k} + 0 + \frac{\mu_0 I}{8R}\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{3\mu_0 I}{8R}\hat{k}}$$

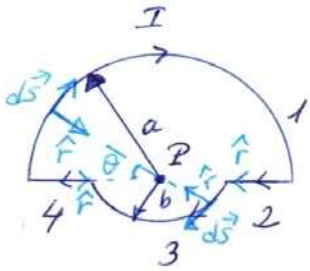
5) Biot-Savart Kanununu kullanarak yarıçapları a ve b olan iki yarım çemberden oluşan ve içinden I akımı geçen Şekil 5'deki kapalı devrenin
a) P noktasındaki manyetik alanın büyüklük ve yönünü,
b) Devrenin manyetik dipol momentini bulunuz.



Şekil 5

a)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



1 Nolu parça için :

$|d\vec{s} \times \hat{r}| = ds = a\,d\theta$

$$dB_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{a\,d\theta}{a^2} \qquad B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_0^{\pi} d\theta$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4a} \otimes$$

2 Nolu parça için : $d\vec{s} \times \hat{r} = \vec{0} \qquad B_2 = 0$

3 Nolu parça için : $|d\vec{s} \times \hat{r}| = ds = b \cdot d\theta \qquad d\vec{s} \perp \hat{r}$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_0^{\pi} d\theta \otimes \qquad \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{4b} \otimes$$

4 Nolu parça için : $|d\vec{s} \times \hat{r}| = |d\vec{s}||\hat{r}|\sin 180^\circ = 0. \Rightarrow B_4 = 0.$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \otimes$$

b)

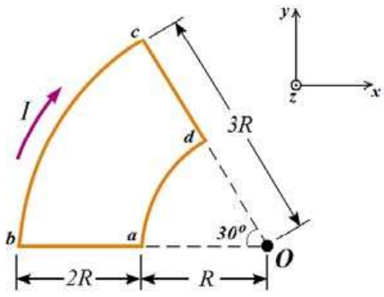
$$\mu_1 = A I = \frac{\pi a^2}{2} \cdot I \quad , \qquad \mu_2 = \mu_4 = 0.$$

$$\mu_3 = AI = \frac{\pi b^2}{2} \cdot I \quad ; \qquad \vec{\mu}_T = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_3 = \frac{\pi I}{2}(a^2 + b^2) \otimes$$

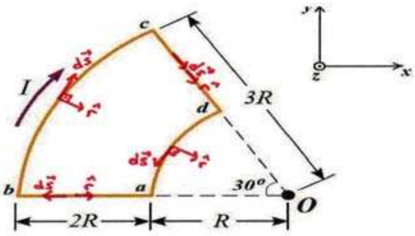
6) I akımı taşıyan kapalı bir ilmek Şekil 6'da görüldüğü gibi dört kısımdan oluşmaktadır.

a) Biot-Savart yasasını kullanarak O noktasındaki manyetik alanı birim vektörler cinsinden bulunuz.

b) Eğer kapalı ilmek, $\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$ (B_0 pozitif bir sabit) ile verilen düzgün bir manyetik alan etkisinde kalırsa, ab ve cd bölgelerine etki eden manyetik kuvveti ve ilmeğe etki eden torku birim vektörler cinsinden bulunuz. (Akım ilmeğinin oluşturduğu manyetik alanı ihmal ediniz).



Şekil 6



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B}_o = \vec{B}_{ab} + \vec{B}_{bc} + \vec{B}_{cd} + \vec{B}_{da}$$

$$\vec{B}_{ab} = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r} \; ; \; \theta = 180^\circ)$$

$$\vec{B}_{cd} = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r} \; ; \; \theta = 0^\circ)$$

$$\vec{B}_o = \vec{B}_{bc} + \vec{B}_{da}$$

$$\vec{B}_{bc} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = ds(-\hat{k})$$

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = 3R\,d\theta$$

$$\vec{B}_{bc} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{\pi/6} \frac{3R\,d\theta}{(3R)^2}(-\hat{k}) = \boxed{\frac{\mu_0 I}{72R}(-\hat{k})}$$

$$\vec{B}_{da} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = ds(\hat{k})$$

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = R\,d\theta$$

$$\vec{B}_{da} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{\pi/6} \frac{R\,d\theta}{R^2}(\hat{k}) = \boxed{\frac{\mu_0 I}{24R}\hat{k}}$$

$$\vec{B}_o = \frac{\mu_0 I}{72R}(-\hat{k}) + \frac{\mu_0 I}{24R}\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{B}_o = \frac{\mu_0 I}{36R}\hat{k}}$$

b) $\vec{F}_B = I\vec{\ell} \times \vec{B}$

ab için: $\vec{\ell} = 2R(-\hat{i})$

$\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$

$$\vec{F}_{ab} = I\,2R(-\hat{i}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{F}_{ab} = 4IRB_0\,\hat{j}}$$

cd için: $\vec{\ell} = 2R\cos30^\circ\,\hat{i} - 2R\sin30^\circ\,\hat{j}$

$\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$

$$\vec{F}_{cd} = I\,2R(\cos30^\circ\,\hat{i} - \sin30^\circ\,\hat{j}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{F}_{cd} = 2IRB_0(-\hat{i} - \sqrt{3}\,\hat{j} + 2\hat{k})}$$

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$$

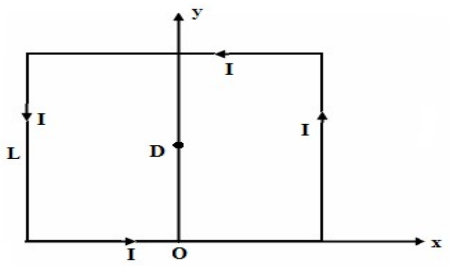
$$\vec{A} = \left[\frac{\pi}{12}(3R)^2 - \frac{\pi}{12}R^2\right](-\hat{k})$$

$$\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

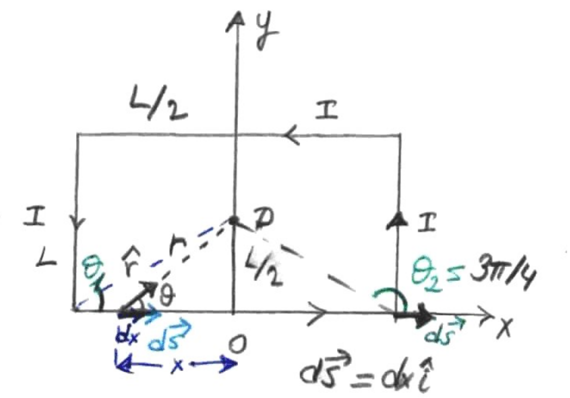
$$\vec{\tau} = I\,\frac{2\pi}{3}R^2(-\hat{k}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \frac{8\pi}{3} I R^2 B_0(-\hat{j})}$$

7) Şekil 7'deki gibi, kenar uzunluğu L olan kare şeklinde bir devreden I büyüklüğünde bir akım geçmektedir. Devrenin merkezindeki manyeik alanın büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



Şekil 7



$d\vec{s} = dx\,\hat{i}$

dx uzunluğundaki akım elemanının D'de oluşturduğu manyetik alan

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx\sin\theta}{r^2}\,\hat{k}$$

$$r = \frac{L/2}{\sin\theta}\ ,\quad \tan\theta = \frac{L/2}{-x}$$

$$dx = \frac{L}{2}\csc^2\theta\, d\theta$$

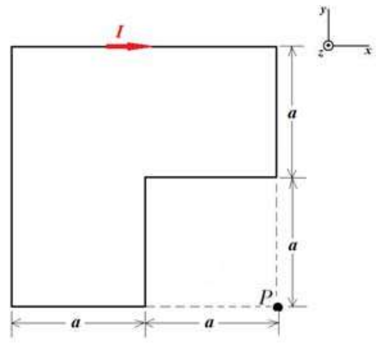
$$r^2 = \frac{L^2}{4}\csc^2\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{L}{2}}\int_{\theta_1 = \pi/4}^{\theta_2 = 3\pi/4}\sin\theta\, d\theta$$

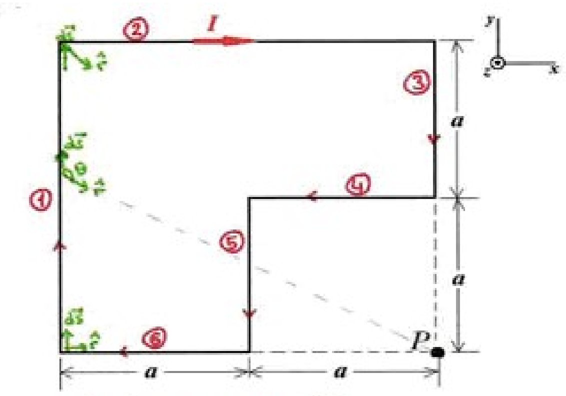
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{L}{2}}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{L}{2}}\cdot\sqrt{2}$$

$$\vec{B}_D = 4\vec{B} = \frac{\mu_0 I\cdot 8\sqrt{2}}{4\pi\cdot L}\,\hat{k}$$

8) Şekil 8'de görülen kapalı ilmeğin, P noktasında oluşturduğu manyetik alanı birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 8



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5 + \vec{B}_6$$

$$\vec{B}_3 = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r} \ ; \ \theta = 0^\circ)$$

$$\vec{B}_6 = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r} \ ; \ \theta = 180^\circ)$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = dy \sin\theta \, (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dy \sin\theta}{r^2} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{2a \csc^2\theta \, d\theta}{4a^2 \csc^2\theta} \sin\theta \, (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi 2a} \int \sin\theta \, d\theta \, (-\hat{k})$$

$$y = -2a \cot\theta$$

$$dy = 2a \csc^2\theta \, d\theta$$

$$r = \frac{2a}{\sin\theta} = 2a \csc\theta$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi 2a} (\cos\theta_i - \cos\theta_s) (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} (\cos 90^\circ - \cos 135^\circ) (-\hat{k}) \qquad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} (\cos 45^\circ - \cos 90^\circ) (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (-\hat{k}) \qquad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_i - \cos\theta_s) (\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos 90^\circ - \cos 135^\circ) (\hat{k}) \qquad \vec{B}_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos 45^\circ - \cos 90^\circ) (\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{k}) \qquad \vec{B}_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{k})$$

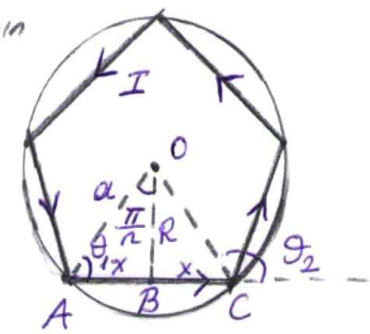
$$\boxed{\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \sqrt{2} \, (\hat{k})}$$

9-a) İletken bir telden yapılmış n kenarlı düzgün bir çokgen, a yarıçaplı bir çemberin içinde bulunmaktadır. Telden I akımı geçtiğinde bir kenarın çemberin merkezinde oluşturduğu $\vec{B}$ manyetik alanın büyüklüğünün, $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}\tan(\pi/n)$ ile verildiğini gösteriniz.

b) Kenar sayısı $n \to \infty$ ' a giderken sonucun çember merkezindeki manyetik alan değerine yaklaştığını gösteriniz.

a)

Çokgenin AC kenarından geçen akımın O'da oluşturduğu manyetik alanın büyüklüğü :



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$R = \sqrt{a^2 - x^2} = \sqrt{a^2 - a^2\sin^2\frac{\pi}{n}}$$

$$R = a\cos\frac{\pi}{n}.$$

Burada , $\cos\theta_1 = \sin\frac{\pi}{n}$

$$\cos\theta_2 = -\sin\frac{\pi}{n}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a \cos\frac{\pi}{n}} \cdot 2\sin\frac{\pi}{n} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\tan\frac{\pi}{n}$$

b) $n \to \infty$ $\frac{\pi}{n} \ll 1$ olur, $\tan\frac{\pi}{n} \cong \frac{\pi}{n}$ olur.

Bir kenarın O'da oluşturacağı manyetik alan $B = \dfrac{\mu_0 I}{2an}$ olur.

n kenar için ; $B = \dfrac{\mu_0 I}{2a}$, çemberin merkezindeki manyetik alan değeridir.